

Universidade Federal de Pernambuco

Curso de Graduação em Economia

1º Exercício de Elementos de Economia Matemática II

Data: 12/02/2001

PROF. ALEXANDRE STAMFORD

Questões

1. Dada uma equação diferencial e as condições de contorno pode-se achar a solução. No contexto de modelos econômicos dinâmicos explique o que cada componente (a equação, as condições e a solução) significam. Dê um exemplo (no contexto econômico, óbvio!).
2. Resolva as seguintes equações diferenciais:  
a)  $(xy + x + y)dx + (-\frac{x^2}{2} + x + y)dy = 0$ ;      b)  $\frac{x+1}{y} dx + \frac{x+1}{y} dy = 0$   
c)  $\dot{y} = -5y^2$ ;      d)  $\ddot{y} + 6\dot{y} + 7y = 0$ ;  $y(0) = 4$ ;  $\dot{y}(0) = 12$
3. O que é um ponto de equilíbrio, como se encontra e como se classifica quanto à estabilidade.
4. Um sistema de equações diferenciais não linear tem três pontos de equilíbrio,  $p_1 = (5, 5)$ ,  $p_2 = (2, 2)$  e  $p_3 = (0, 0)$ . O sistema representa a renda de duas regiões de uma determinada economia, ou seja, o modelo é de economia regional. A aproximação linear revelou que os pontos 1 e 3 têm autovalores distintos de sinais alternados. Para estes dois pontos, na direção estável os autovetores são iguais a  $v=(0,1)$  e na direção instável são iguais a  $w=(1,0)$ . No ponto 2 os autovalores são complexos conjugados puros ( $\alpha = 0$ ).
  - a) Classifique os pontos de equilíbrio e desenhe seus respectivos diagramas de fase.
  - b) Interprete os pontos de equilíbrio, quanto à riqueza das regiões.
  - c) Monte o diagrama de fase do sistema.
  - d) Interprete o diagrama de fase do sistema para várias condições iniciais.

Boa Sorte!

“ Uma ciência natural é, apenas, uma ciência matemática”

( EMANUEL KANT)